

Calcul des déformations des fils élastiques

Fils hyperstatiques - Anneau en traction diamétrale

Calcul par le modèle isostatique de l'anneau fendu

Fil rond en acier

$$d := 0.6 \cdot \text{mm} \quad S := \pi \cdot \frac{d^2}{4} \quad E := 2 \cdot 10^5 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad G := \frac{E}{2.6} \quad \rho := 7.85 \cdot 10^3 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Tables\Modules J, I et W des barres élastiques.mcd(R)

$$J_t := J_{t_circ}(d) \quad I_{22} := I_{f_circ}(d) \quad I_{33} := I_{22}$$

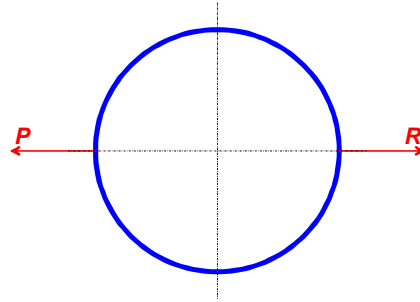
$$W_t := W_{t_circ}(d) \quad W'_t := W_t \quad W_{f2} := W_{f_circ}(d) \quad W_{f3} := W_{f2}$$

Caractéristiques de l'arc de cercle $R := 21 \cdot \text{mm} \quad \psi_{AB} := 360 \cdot \text{deg}$

Forces extérieures $P := 0.2 \cdot \text{N} \quad \lambda_F := 180 \cdot \text{deg} \quad \psi_F := 180 \cdot \text{deg}$

$$F_x := P \cdot \cos(\lambda_F) \quad F_y := P \cdot \sin(\lambda_F) \quad F_z := 0 \cdot \text{N}$$

$$C_x := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm} \quad C_y := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm} \quad C_z := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}$$



➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Fils et lames en arc de cercle\Arc de cercle E_L - F&C.mcd(R)

Torseur des forces de cohésion du système isostatique

$$\alpha_m := 90 \cdot \text{deg} \quad \mathbf{MP}_c(\psi_F, \alpha) := \mathbf{M}_c(\psi_F, \alpha) \quad \mathbf{MP}_c(\psi_F, \alpha_m)^T = (0 \quad 0 \quad -4.2) \cdot \text{N} \cdot \text{mm}$$

Sollicitations

$$MP_t(\alpha) := M_t(\psi_F, \alpha) \quad MP_{f2}(\alpha) := M_{f2}(\psi_F, \alpha) \quad MP_{f3}(\alpha) := M_{f3}(\psi_F, \alpha)$$

$$MP_t(\alpha_m) = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm} \quad MP_{f2}(\alpha_m) = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm} \quad MP_{f3}(\alpha_m) = -4.2 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}$$

Contraintes $\sigma_P(\alpha) := \sigma_M(\psi_F, \alpha) \quad \sigma_P(\alpha_m) = -198.059 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Calcul des déplacements par les intégrales de Mohr

Position du déplacement désiré $\alpha_M := 90 \cdot \text{deg}$

Déplacement dans la direction de Ox $\delta_x(\psi_F, \alpha) := \delta_v(\psi_F, \alpha, 0, \frac{\pi}{2}) \quad \delta_x(\psi_F, \alpha_M) = 0.312 \text{ mm}$

Déplacement dans la direction de Oy $\delta_y(\psi_F, \alpha) := \delta_v(\psi_F, \alpha, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \quad \delta_y(\psi_F, \alpha_M) = 0.728 \text{ mm}$

Déplacement dans la direction de R $\delta_R(\psi_F, \alpha) := \delta_v(\psi_F, \alpha, \alpha_M, \frac{\pi}{2}) \quad \delta_R(\psi_F, \alpha_M) = 0.728 \text{ mm}$

Déplacement angulaire autour de l'axe normal au plan de l'arc

$$\theta_z(\psi_F, \alpha) := \theta_{fcv3}(\psi_F, \alpha, 0, 0) \quad \theta_z(\psi_F, \alpha_M) = -3.972 \text{ deg}$$

Calcul des déplacements par matrice de souplesse

➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Fils et lames en arc de cercle\Arc de cercle E_L - Matrice S.mcd(R)

$$\mathbf{T} := \begin{bmatrix} F_x \cdot N^{-1} & F_y \cdot N^{-1} & F_z \cdot N^{-1} & C_x \cdot (N \cdot m)^{-1} & C_y \cdot (N \cdot m)^{-1} & C_z \cdot (N \cdot m)^{-1} \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta \mathbf{P}(\alpha) := \mathbf{S}_F(\psi_F, \alpha) \cdot \mathbf{T} \quad \xi(\alpha) := \Delta \mathbf{P}(\alpha)_1 \cdot m \quad \eta(\alpha) := \Delta \mathbf{P}(\alpha)_2 \cdot m \quad \theta_3(\alpha) := \Delta \mathbf{P}(\alpha)_6$$

$$\begin{array}{llll} \xi(\alpha_m) = 0.312 \text{ mm} & \xi(\psi_F) = -2.287 \text{ mm} & \xi(\alpha_M) = 0.312 \text{ mm} & \xi(\psi_{AB}) = -2.287 \text{ mm} \\ \eta(\alpha_m) = 0.728 \text{ mm} & \eta(\psi_F) = 2.911 \text{ mm} & \eta(\alpha_M) = 0.728 \text{ mm} & \eta(\psi_{AB}) = -2.911 \text{ mm} \\ \theta_3(\alpha_m) = -3.972 \text{ deg} & \theta_3(\psi_F) = -7.944 \text{ deg} & \theta_3(\alpha_M) = -3.972 \text{ deg} & \theta_3(\psi_{AB}) = -7.944 \text{ deg} \end{array}$$

Torseur des forces de cohésion du système hyperstatique

Matrice de souplesse du fil AB $\mathbf{S}_{AB} := \mathbf{S}_F(\psi_{AB}, \psi_{AB})$

Calcul des réactions du système hyperstatique encastré - encastré

$$\mathbf{R} := -(\mathbf{S}_{AB}^{-1}) \cdot \Delta \mathbf{P}(\psi_{AB}) \quad R_x := \mathbf{R}_1 \cdot N \quad R_y := \mathbf{R}_2 \cdot N \quad \Gamma_z := \mathbf{R}_6 \cdot N \cdot m$$

$$R_x = 0.1 \text{ N} \quad R_y = 0 \text{ N} \quad \Gamma_z = 1.337 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\psi_F := \psi_{AB} \quad F_x := R_x \quad F_y := R_y \quad C_z := \Gamma_z$$

➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Fils et lames en arc de cercle\Arc de cercle E_L - F&C.mcd(R)

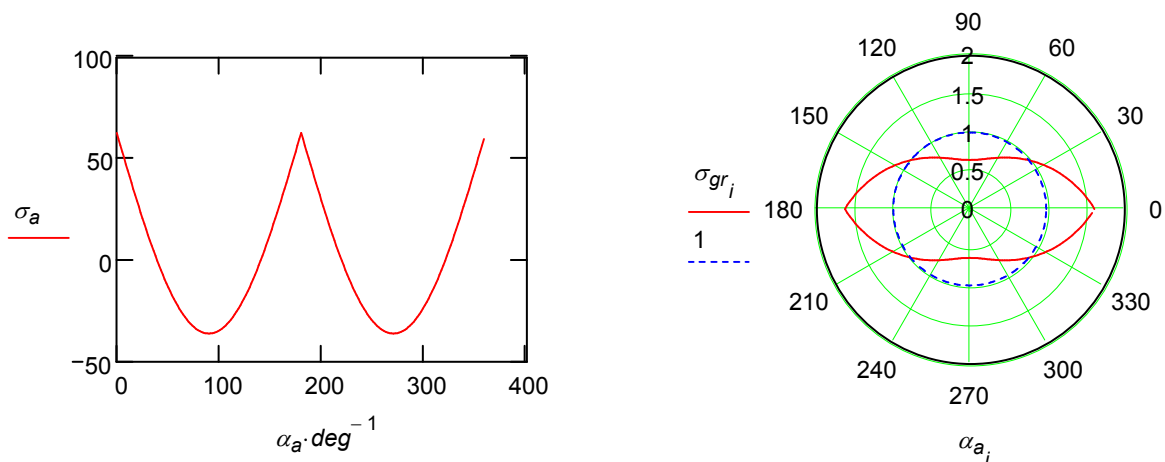
Moment fléchissant $MR_{f3}(\alpha) := M_{f3}(\psi_{AB}, \alpha) \quad Mh_{f3}(\alpha) := MP_{f3}(\alpha) + MR_{f3}(\alpha)$

$$Mh_{f3}(0) = 1.337 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad Mh_{f3}(\alpha_M) = -0.763 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad Mh_{f3}(360 \cdot \text{deg}) = 1.337 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Contraintes $\sigma_R(\alpha) := \sigma_M(\psi_{AB}, \alpha) \quad \sigma_h(\alpha) := \sigma_P(\alpha) + \sigma_R(\alpha)$

$$\sigma_h(0) = 63.044 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \sigma_h(90 \cdot \text{deg}) = -35.985 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \sigma_h(360 \cdot \text{deg}) = 63.044 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$n := 201 \quad i := 1..n-1 \quad \alpha_{a_i} := (i-1) \cdot \frac{\psi_{AB}}{n-1} \quad \sigma_{gr_i} := \sigma_h(\alpha_{a_i}) \cdot \frac{\text{mm}^2}{100 \cdot N} + 1 \quad \sigma_{a_i} := \sigma_h(\alpha_{a_i}) \cdot \frac{\text{mm}^2}{N}$$



Déformations de l'anneau fermé

$$\Delta_R(\alpha) := \mathbf{S}_F(\psi_{AB}, \alpha) \cdot \mathbf{R}$$

$$\Delta_h(\alpha) := \Delta_P(\alpha) + \Delta_R(\alpha)$$

$$\xi_h(\alpha) := \Delta_h(\alpha)_1 \cdot m$$

$$\eta_h(\alpha) := \Delta_h(\alpha)_2 \cdot m$$

$$\theta_{h3}(\alpha) := \Delta_h(\alpha)_6$$

$$\xi_h(\alpha_m) = -0.108 \text{ mm}$$

$$\xi_h(\alpha_M) = -0.108 \text{ mm}$$

$$\xi_h(\psi_F) = 0 \text{ mm}$$

$$\xi_h(\psi_{AB}) = 0 \text{ mm}$$

$$\eta_h(\alpha_m) = -0.099 \text{ mm}$$

$$\eta_h(\alpha_M) = -0.099 \text{ mm}$$

$$\eta_h(\psi_F) = 0 \text{ mm}$$

$$\eta_h(\psi_{AB}) = 0 \text{ mm}$$

$$\theta_{h3}(\alpha_m) = 0 \text{ deg}$$

$$\theta_{h3}(\alpha_M) = 0 \text{ deg}$$

$$\theta_{h3}(\psi_F) = 0 \text{ deg}$$

$$\theta_{h3}(\psi_{AB}) = 0 \text{ deg}$$

Graphique de la déformation

Ag := 10 facteur d'agrandissement

➡ Référence : E:\Résonateur (TA)\Fils et lames en arc de cercle\Définition Atan.mcd(R)

$$n := 201 \quad i := 1..n \quad \alpha_i := \frac{\psi_{AB}}{n-1} \cdot (i-1) \quad x_0(\alpha) := R \cdot \cos(\alpha) \quad y_0(\alpha) := R \cdot \sin(\alpha) \quad r_0(\alpha) := \sqrt{x_0(\alpha)^2 + y_0(\alpha)^2}$$

$$x_d(\alpha) := x_0(\alpha) + Ag \cdot \xi_h(\alpha) \quad y_d(\alpha) := y_0(\alpha) + Ag \cdot \eta_h(\alpha) \quad r_d(\alpha) := \sqrt{x_d(\alpha)^2 + y_d(\alpha)^2}$$

$$\beta_i := \text{Atan}(x_d(\alpha_i), y_d(\alpha_i))$$

$$\beta_1 = 0 \text{ deg}$$

$$\beta_n = 0 \text{ deg}$$

